Kompetenzen im Umgang mit Geogebra

Geogebra soll an der IGS List als Alternative zum grafikfähigen Taschenrechner eingesetzt werden. Daher müssen alle Berechnungen, die früher der GTR erledigt wurden, nun mit Geogebra durchgeführt werden. In jeder Mathematik-Unterrichts-Stunde muss zukünftig das Programm Geogebra und ein normaler wissenschaftlicher Taschenrechner vorhanden sein. Im Folgenden wird beschrieben, wie mit Geogebra die Funktionsuntersuchungen durchgeführt werden können, die innerhalb der Sek. I bisher mit dem GTR gemacht wurden. Darüber hinaus gehende Funktionen, die Geogebra zahlreich enthält, werden hier nicht beschrieben.

1. Geogebra installieren

2. Funktionsvorschriften eingeben, Graphen betrachten, Ansichten zoomen, x und y Koordinateneinstellungen verändern.

3. Besondere Punkte (Nullstellen, Schnittpunkte, Extrempunkte) erzeugen und die Koordinaten dieser Punkte ermitteln.

4. Zu einem gegebenem Funktionsgraphen eine Wertetabelle erstellen, Werte ermitteln und den Funktionsgraphen in einem eigenem Koordinatensystem darstellen.

5. Funktionsgraphen mit Hilfe von Schiebereglern verändern und den Einfluss von Parametern beschreiben.

6. Beliebige Ausschnitte eines Graphen darstellen, beliebige x- und y-Werte ermitteln.

7. Wertepaare in eine Tabelle eingeben, Punkte erzeugen.

8. Lineare und quadratische Regressionsgleichungen erzeugen

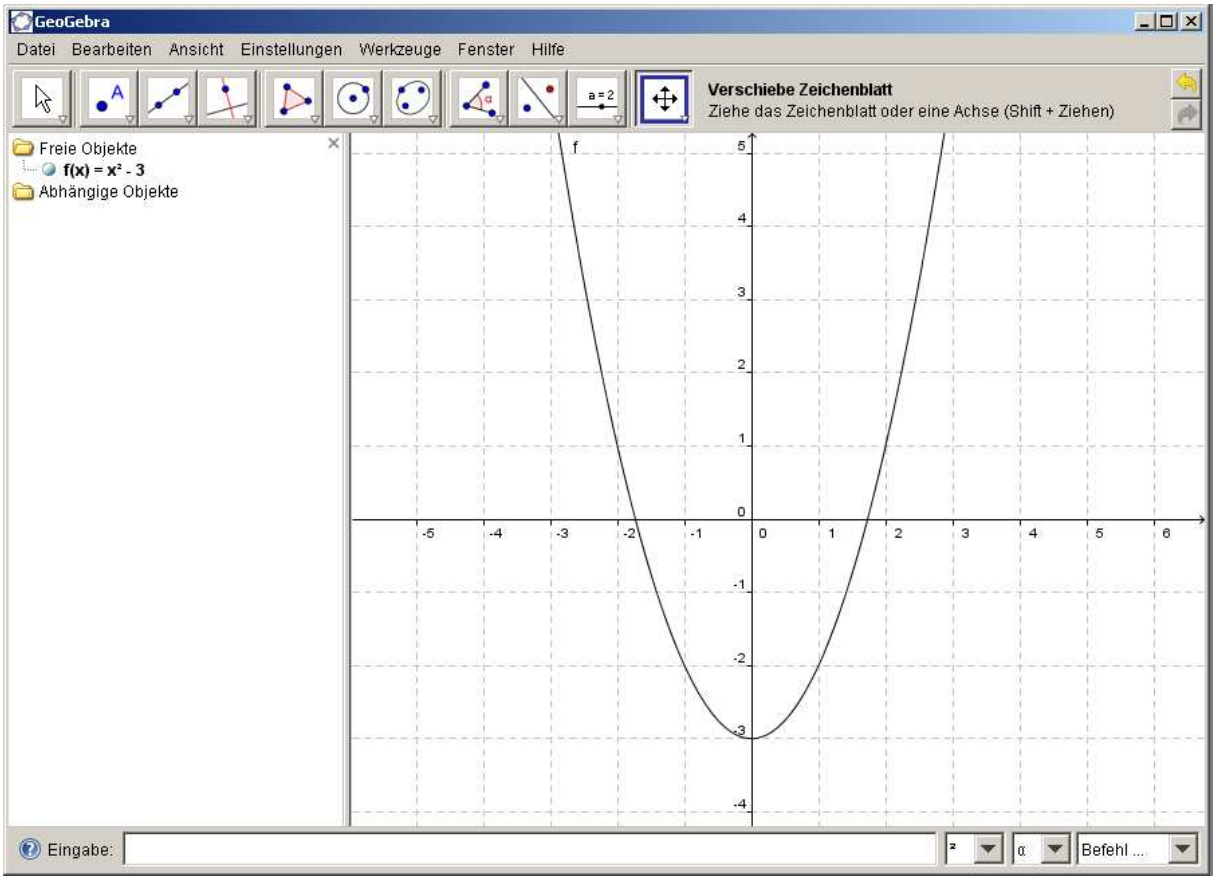
9. Grafik-Ansicht in ein Arbeitsblatt kopieren

10. Diagramme mit Geogebra erstellen.

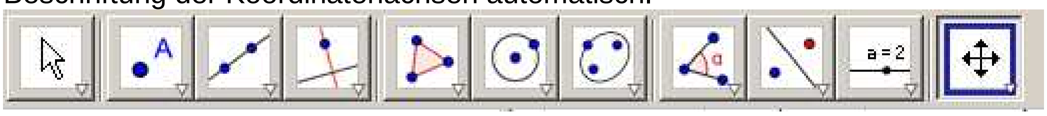
Zu 1: (Geogebra installieren)
Geogebra ist ein kostenloses Programm. Es ist auf jedem Betriebssystem lauffähig, da es in Java programmiert wurde. Damit Geogebra auf einem Rechner starten kann, muss zunächst Java installiert werden (ebenfalls kostenlos).
Geogebra kann auf der Internetseite http://www.geogebra.org/cms/de herunter geladen werden. Hier gibt es ein Download Menü. In diesem Menü werden die Installationen per „Webstart“ und als „Applet Start“ angeboten. Diese beiden Installationsvarianten empfehle ich nicht.
In einem weiteren Menü „Installationsdateien“ kann eine für das jeweilige Betriebssystem geeignete Installationsdatei herunter geladen werden. Die Installation erfolgt hiermit problemlos und man erhält dann eine ausführbare exe Datei unter Windows.

In regelmäßigen Abständen ist zu prüfen, ob neue Versionen von Geogebra erhältlich sind.

Zu 2: (Funktionsvorschriften eingeben, Graphen betrachten, Ansichten zoomen, x und y Koordinateneinstellungen verändern)



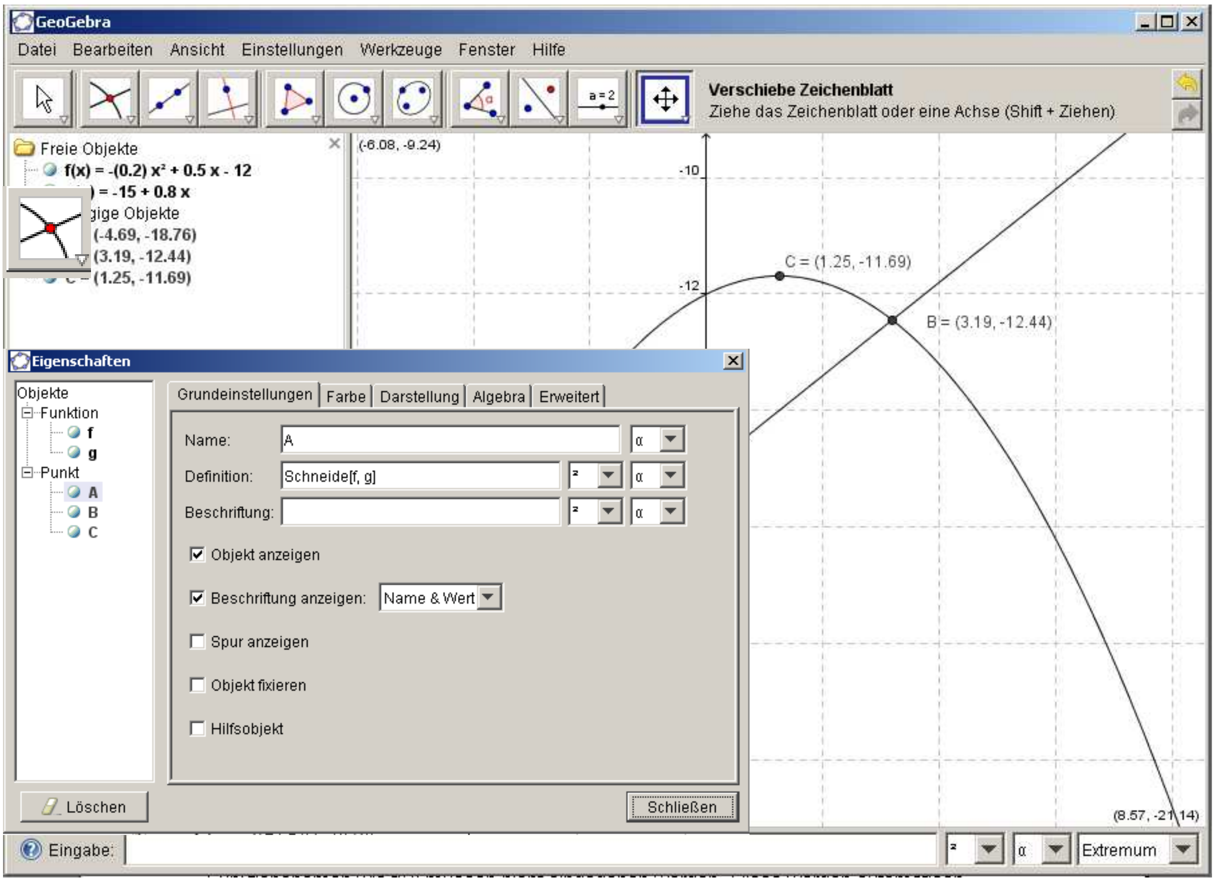
Unten im Bildschirm wird der Funktionsterm in der Eingabezeile eingegeben. Alle Dezimalzahlen werden mit einem Dezimalpunkt eingegeben. Das im Deutschen übliche Komma wird nicht akzeptiert.
Bei der Eingabe des Funktionsterms ist zu beachten:
Funktionsnamen wie f(x) müssen nicht eingegeben werden. Diese werden automatisch gewählt und vergeben. Ein Exponent wird mit dem „^“ Zeichen eingegeben. Ist der Exponent ein eigener Term, so müssen Klammern verwendet werden.
Der Funktionsterm wird automatisch mathematisch korrekt im Algebra Fenster dargestellt. Man kann durch einen Doppelklick auf den Funktionsterm im Algebra Fenster diesen verändern und variieren.
Solle die Funktion nicht mehr dargestellt werden, so wird der Knopf vor dem Funktionsterm im Algebra Fenster angeklickt. Auf gleiche Weise kann die Ansicht des Funktionsterms auch wieder sichtbar geschaltet werden.
Die Ansicht kann mit dem Stellrad an der Maus gezoomt werden. Probiert es einfach mal aus. „Zoom in“ und „Zoom out“ funktionieren problemlos. Gleichzeitig verändert sich auch die Beschriftung der Koordinatenachsen automatisch.



Der in der Werkzeugleiste hervorgehobene Befehl muss gewählt werden, wenn man das Koordinatenkreuz im Fenster verschieben will. Ist der Befehl „Verschiebe Zeichenblatt“ gewählt, so können auch die x und die y Achse einzeln gestreckt oder gestaucht werden. Man bewegt dazu den Mauszeiger auf eine Koordinatenachse und verschiebt diese in x oder y Richtung.
Betätigt man im Grafikfenster die rechte Maustaste, so öffnet sich ein Menü, mit dem man die Standard Einstellung wieder herstellen kann.

Aufgabe 1:
Wählen sie eine „neue Datei“ und geben sie die Funktionsgleichungen $f(x) = 0{,}2x^2 - 0{,}5x - 12$ und $g(x) = -15 + 0{,}8x$ ein. Verschieben sie das Koordinatensystem so, dass im Grafikfenster der Scheitelpunkt der Parabel und die Schnittpunkte mit der Geraden sichtbar werden.

Zu 3: (Besondere Punkte (Nullstellen, Schnittpunkte, Extrempunkte) erzeugen und die Koordinaten dieser Punkte ermitteln)



Die Scheitelpunkte von Parabeln oder allgemein die Extrema von beliebigen Funktionen können mit einem gesonderten Befehl angezeigt werden. In der unteren Befehlzeile gibt es ganz rechts ein Fenster, in dem die verschiedenen Befehle von Geogebra aufgelistet sind. Man wählt den Befehl „Extrema“. Dieser erscheint dann mit folgender eckiger Klammer in der Befehlsleite. Innerhalb der eckigen Klammer wird dann der Funktionsname eingegeben, von der man das Extremum angeben will.

Extremum[f(x)]

Die Extrema der Funktion werden dann als Punkte angezeigt. Die Koordinaten können wie oben beschrieben ermittelt werden.

Aufgabe: Bestätige auf die oben beschriebene Weise die Extrema der Funktionen

$$f(x) = x^2 - 3x - 4 \qquad A(1{,}5 \mid -6{,}25)$$

$$g(x) = 0{,}5x^3 + 0{,}2x^2 - 3x + 2 \quad B(-1{,}55 \mid 5{,}27) \quad C(1{,}29 \mid -0{,}46)$$

Zu 4: (Zu einem gegebenem Funktionsgraphen eine Wertetabelle erstellen, Werte ermitteln und den Funktionsgraphen in einem eigenem Koordinatensystem darstellen)

Eine der wichtigsten Aufgaben von Geogebra ist das Aufstellen einer Wertetabelle zu einer gegebenen Funktionsgleichung. Soll eine Funktion ins Heft gezeichnet werden, so braucht man Punkte der betreffenden Funktion und ihre Koordinaten. Man gehe in folgenden Schritten vor:

1. Sichtbarmachen der Tabellen-Ansicht:
   Geogebra besitzt drei Fenster, die einzeln sichtbar gemacht werden können. Wertetabellen werden in der Geogebra-Tabelle erzeugt. Daher aktiviere man zunächst in dem Ordner „Ansicht“ die Tabellen-Ansicht. Die Größe des Tabellenbereichs kann man verändern und einstellen.
2. Erzeugen von x Werten
   Eine Tabelle mit x und den dazugehörigen f(x) Werten soll erzeugt werden. Zunächst wird der Tabellenkopf geschrieben. Die Tabellen von Geogebra funktionieren ähnlich wie die einer normalen Tabellenkalkulation. Allerdings ist natürlich der Befehlsumfang stark eingeschränkt und beschränkt sich auf notwendige Befehle im Umgang mit Funktionen.
   Einige grundsätzliche Eigenschaften müssen erarbeitet werden:
   - Texte werden in Anführungsstrichen eingegeben: „x“ erzeugt die Texteingabe x.
   - Formeln beginnen immer mit einem Gleichheitszeichen.
   - Objekte in Formeln sind Zelladressen
   - Definierte Funktionen (f(x)) können auch in der Tabellen-Funktion verwendet werden.

   Nun wird der erste x Wert in die Zelle A2 eingegeben, in unserem Fall der Wert –8. Danach geben wir in die Zelle A3 eine Formel ein. Zum Zelleninhalt der Zelle A2 wird der Wert 1 dazu addiert. (=A2+1) Die Zelladresse A2 kann direkt über die Tastatur eingeben werden oder man wählt die Zelle mit der Maus an.

x	f(x)
-8	
-7	
-6	
-5	
-4	
-3	

   Entscheide dich für ein Verfahren.
   Danach wird die Formel in die darunter liegenden 20 Zellen kopiert: Man zieht dazu das rechte blaue Quadrat nach unten (siehe Abbildung).
   Nun sollen die f(x) Werte berechnet werden. In die Zelle B2 wir die Formel =f(A2) eingeben. Das Gleichheitszeichen deutet darauf hin, dass eine Formel eingegeben wird. Die Funktion f(x) ist durch die Funktionseingabe definiert. Berechnet wird der f(x) Wert des Zelleninhalts A2.
   Auch hier werden die Formeln wie vorher in der Zeile für die x-Werte nach unten kopiert. Damit ist eine Wertetabelle erstellt worden.

   In dieser sehr einfachen Tabelle kann der erste x Wert verändert werden. Eine andere Eingabe wirkt sich auf die gesamte folgende Tabelle aus. Um die Tabelle flexibler zu gestalten sollte die Schrittweite der Tabelle auch flexibel einstellbar sein. Hierfür gibt es zwei Möglichkeiten:

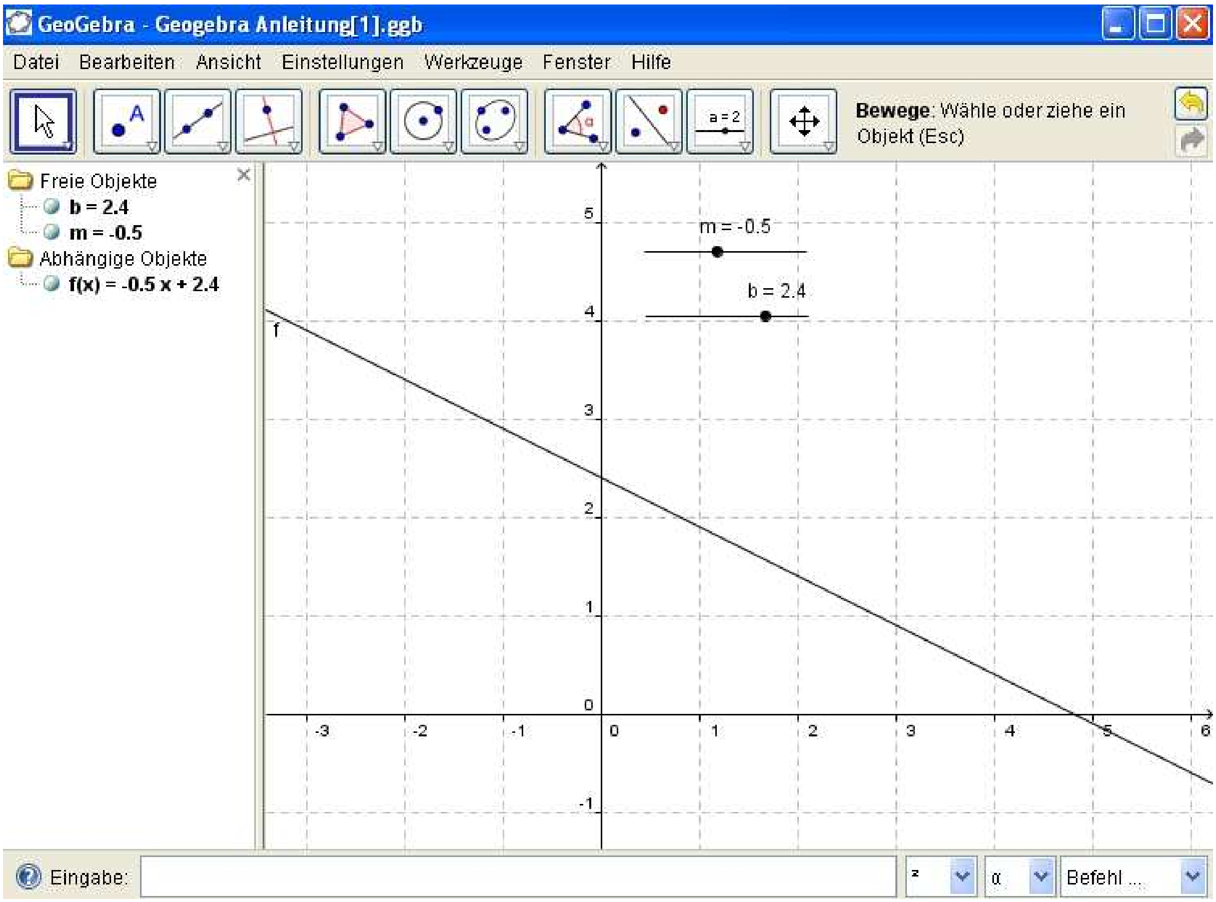
	A	B
1	x	f(x)
2	-8	99
3	-7.5	89.25
4	-7	80
5	-6.5	71.25
6	-6	63
7	-5.5	55.25
8	-5	48
9	-4.5	41.25
10	-4	35
11	-3.5	29.25
12	-3	24
13	-2.5	19.25
14	-2	15
15	-1.5	11.25
16	-1	8
17		
18	Schrittw...	0.5

   Einstellung der Schrittweite, Version A:
   Man erzeuge zunächst einen Schieberegler auf dem Grafik Fenster. Die Einstellung sollte für eine sinnvolle Schrittweite angepasst werden (0 < a > 2). Nun muss die

Formel in die Zelle A3 eine neue Formel eingegeben werden (=A2+a). Das Gleichheitszeichen ist das Zeichen, dass hier eine Formel eingegeben wird. Zum Inhalt der Zelle A2 wird der eingestellte Wert des Schiebereglers a addiert.
Nun wird diese Formel in der oben beschriebenen Weise in die restlichen Zellen der x-Wert-Spalte kopiert.

Einstellung der Schrittweite, Version B:
Die Schrittweite taucht nun als Zelle in der Tabellen-Ansicht auf. Hier können verschiedene Werte eingegeben werden. Nun muss die Eingabe der Formel in die Zelle A3 neu erfolgen: (=A2+B18) Das Gleichheitszeichen macht deutlich, dass eine Formel eingegeben wird. Zum Inhalt der Zelle A2 wird der Inhalt der Zelle B18 addiert. Die Sonderzeichen $ in der Zelladresse bewirken, dass beim Herunterkopieren die absolute Zelladresse erhalten bleibt. Man unterscheidet hier relativen und absoluten Bezug. Die Dollarzeichen müssen über die Tastatur eingegeben werden.

Zu 5: (Funktionsgraphen mit Hilfe von Schiebereglern verändern und den Einfluss von Parametern beschreiben)
In diesem Abschnitt wird dargestellt, wie man den Einfluss verschiedener Parameter auf den Verlauf eines Graphen untersuchen kann. Erläutert wird dies am Beispiel einer einfachen Geradengleichung: f(x) = mx +b



Zunächst werden die beiden Schieberegler b und m erzeugt. Diese werden in dem Grafikfenster abgelegt. Nachdem diese Variablen (m und a) definiert sind, kann in der Eingabezeile die Funktionsgleichung eingegeben werden: m*x+b Im Algebra Fenster wird diese Eingabe so nicht angezeigt. Die Funktionsgleichung erscheint mit den eingestellten Werten für b und m.

Verändert man nun Werte über die Schieberegler, so hat dies direkt Auswirkungen auf den Funktionsverlauf.

Mit dem gleichen Verfahren können auch andere Funktionsgleichungen untersucht werden.

Aufgabe: Untersuche die Funktionsgleichung $f(x) = (x-a)(x-b)$. Beschriebe die Auswirkungen, die die Veränderung der Werte für a und b haben.

Zu 6: (Beliebige Ausschnitte eines Graphen darstellen, beliebige x- und y-Werte ermitteln)
Geogebra besitzt eine Standard Ansicht, in denen das Grafikfenster erscheint. In dieser Ansicht können in der Regel Funktionen dargestellt werden.

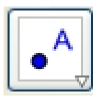
Insbesondere bei Anwendungsaufgaben benötigt man Koordinatensystemen mit ganz anderen Einteilungen. Eine bekannte Sachsituation beim Thema lineare Funktionen ist die Miete eines Autos. Man unterscheidet Grundgebühr (45 €) und Kilometer Pauschale (0,10 €). Hieraus ergibt sich die Funktionsgleichung $f(x) = 45 + 0{,}1 \cdot x$. Als mögliche Eingabe für die Anzahl der Kilometer erscheint es sinnvoll bis maximal 500 Kilometer einzugeben. Man muss also das Grafik Fenster auf diese Bedingungen anpassen.

Es gibt nun grundsätzlich zwei verschiedene Möglichkeiten, die Grafik Ansicht zu ändern.

Zoomen: Wenn man sich mit dem Mauszeiger auf dem Grafik Fenster befindet und die rechte Maustaste bestätigt, so öffnet sich ein Kontext Menü, in dem man verschiedene Zoomwerte einstellen kann.
In diesem Kontextmenü kann man verschiedene Zoomwerte einstellen. Auch hier lässt sich eine Veränderung der Einstellung der x und y Achse erreichen. Die hier angebotenen Zoomwerte beziehen sich immer auf die jeweilige Ansicht.

Eine weitere Möglichkeit des kontinuierlichen Zoomens erfolgt mit Hilfe des Scroll-Rades der Maus.

Verschieben der Koordinatenachsen:
Das rechts abgebildete Werkzeug ermöglicht es, das Zeichenfeld und damit auch den Koordinatenursprung zu verschieben. Mit diesem Werkzeug kann man aber auch die Koordinatenachsen anklicken und diese Achsen zum Ursprung hin oder von ihm weg verschieben. Dies geschieht mit der x und y-Achse einzeln.
Diese Form der Einstellung des Zeichenblattes ist für mich sehr einfach zu handhaben und besonders empfehlenswert.

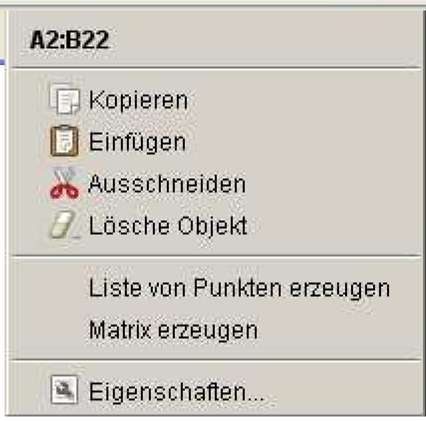


Wenn nun der Funktionsgraph in dem geeigneten Koordinatenausschnitt dargestellt wird, kann man einen Punkt auf diesen Funktionsgraph setzen. Der Punkt ist dann auf dem Graph gebunden und kann mit dem Zeiger-Werkzeug auf diesem bewegt werden.

Nun werden noch die Einstellungen dieses Punktes verändert auf die Option „Name und Wert“ verändert. Bewegt man nun den Punkt auf dem Graphen, so können beliebige Wertepaare ermittelt werden.

Zu 7: (Wertepaare in eine Tabelle eingeben, Punkte erzeugen)
Häufig ist es wichtig, Punkte im Koordinatenkreuz einzugeben und zu überprüfen, ob diese auf einen Funktionsgraphen liegen. Hier sind auch Anwendung aus dem naturwissenschaftlichen Unterricht möglich: Messwerte werden eingegeben und analysiert. Geogebra bietet wieder zwei Möglichkeiten dies umzusetzen. Sollen nur wenige Punkte eingegeben werden, so sollten diese Punkte direkt auf die Arbeitsfläche des Grafikfensters gesetzt werden. Die Koordinaten der so gesetzten Punkte können nun noch exakt bestimmt werden. Im Eigenschaften-Menü der Punkte (rechte Maustaste) können die Koordinaten gesetzt werden. Zusätzlich sollten die Punkte dann auch fixiert werden. Dies ist eine weitere Option im Eigenschaften Menü der Punkte. Dadurch kann dann der Punkt auch nicht mehr mit dem Zeiger Werkzeug verschoben werden.

Sollen mehrere Punkte eingetragen werden, so benutzt man sinnvoller Weise die Tabellen-Funktion von Geogebra.
Die Daten können, wie es in einer Tabellenkalkulation üblich ist, eingegeben werden. Es sind x und y-Werte notwendig.
Man kann aus einer anderen Tabellenkalkulation auch Daten per paste und copy übernehmen.
Danach werden die Werte, die als Punkte dargestellt werden sollen, markiert. Mit der rechten Maustaste öffnet sich ein Content Menü, in dem die Funktion „Liste von Punkten erzeugen“ gewählt werden kann. Die Punkte werden dann im Grafikfenster dargestellt.



Aufgabe:
Gegeben sind die Punkte P1(-2|4), P2(0|-1) und P3(2|0). Gesucht ist die Gleichung einer Parabel, die möglichst genau durch alle diese Punkte verläuft. Gehe bei der Bearbeitung der Aufgabe in folgenden Schritten vor:

- Gib die Punkte in eine Tabelle ein.
- Erzeuge die Punkte im Grafik-Fenster
- Erstelle drei Schieberegler mit den Namen a, b und c.
- Gib die Funktion $f(x) = c \cdot (x-a)^2 + b$ ein.
- Variiere die Werte für a, b und c so, dass die dargestellte Parabel durch die Punkte verläuft.

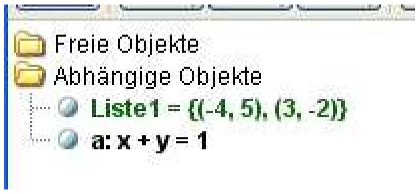
8: (Lineare, quadratische und exponentielle Regressionsgleichungen erzeugen)

Zu allen Funktionsarten können Regressionsgleichungen gefunden werden. Ausgangssituation für dieses Verfahren ist die Existenz von Wertepaaren. Es wird nun durch Regressionsverfahren versucht, eine Funktionsgleichung zu finden, so dass möglichst viele Punkte auf dem Graphen liegen oder der Abstand der Punkte zum Graphen möglichst gering ist. Im Idealfall liegen alle Punkte auf dem Graphen.
Allerdings muss bei diesem Verfahren der Anwender entscheiden, ob die Punkte durch eine Gerade, eine Parabel oder eine Wachstumsfunktion angenähert werden soll. Dies wird mit Hilfe des Befehls, der die Regressionsgleichung erzeugt, mit angegeben.

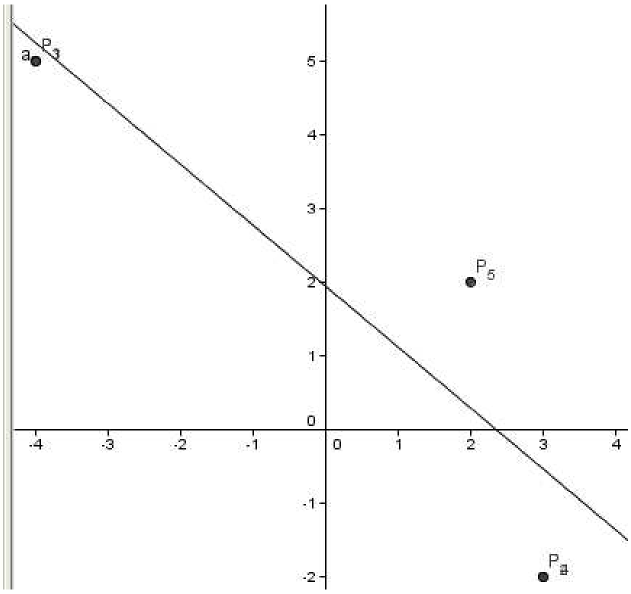
Nacheinander werden nun verschiedene Ausgleichsfunktionen erzeugt. Der einfachste Fall ist die Ausgleichsgerade. Eine Gerade ist durch zwei Punkte eindeutig definiert. In der Tabellenansicht geben wir die folgenden Punkte ein:

	A	B
1	-4	5
2	3	-2
3		

Die Punkte werden wie oben beschrieben markiert und eine Liste von Punkten erzeugt (rechte Maustaste, Kontextmenü). Diese Punkte werden nun im Grafikfenster angezeigt.
Nun wird die Gerade gesucht, die durch diese beiden Punkte definiert wird. Der hierfür gesuchte Befehl lautet **Trendline[ ]**. Man findet den Befehl in der Befehls-Auswahl-Liste rechts unten im Geogebra Fenster. In den eckigen Klammern muss der Name der vorher erzeugten Liste von Punkten eingegeben werden. Der vollständige Befehl lautet **Trendline[Liste1]**. Die Funktionsgleichung der Ausgleichsgerade wird nun im Algebrafenster angezeigt. Allerdings liegt die Funktionsgleichung nicht in der Form vor, wie sie normalerweise für Geraden üblich ist. Durch einfache Umformung kann sie aber in die Normalform überführt werden.



Arbeitsauftrag: Gib einen weiteren Punkt ein, der nicht auf der Geraden liegt.Lösche die alte Liste von Punkten. Erzeuge eine neue Liste mit drei Punkten. Erzeuge eine Ausgleichsgrade und beschreibe die Lage der Punkte im Verhältnis zur Geraden.



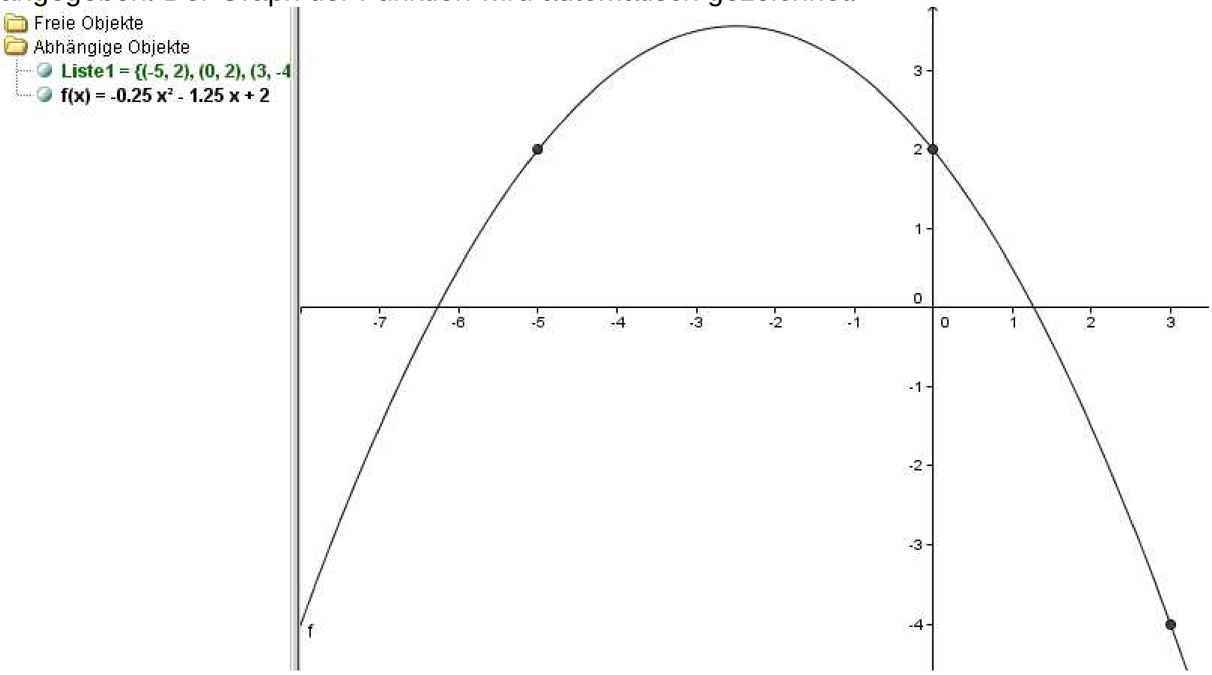
In einem zweiten Schritt soll nun die Funktionsgleichung einer Parabel gesucht werden. Der Verlauf einer Parabel ist durch drei Punkte eindeutig bestimmt. Die Liste, die den Verlauf der Parabel bestimmt, muss also mindestens drei Punkte besitzen. Sind meher Punkte vorhanden wird eine Ausgleichsfunktion gebildet. Hierbei kann zwischen zwei Fällen unetrschieden werden: Alle weiteren Punkte liegen auch auf dem Graphen. Dann erfüllt die Funktionsgleichung jedes Wertepaar. Passen die weiteren Punkte nicht zu einem Graphen, so wird eine Ausgleichsfunktion erstellet, die lediglich für alle Punkte eine geeignete Annäherung ist.

	A	B
1	-5	2
2	0	2
3	3	-4

Man gebe die folgende Wertetabelle ein und erzeuge eine Liste von Punkten (siehe Beschreibung oben).

Nun wird mit dem Befehl **Trendpoly[ ]** eine Funktionsgleichung gesucht, die durch die drei Punkte verläuft. Der Befehl Trendpoly[ ] benötigt zwei Eingaben: Die Angabe der Liste der Punkte, die die Funktion bestimmen und die Angabe ob es sich um eine quadratische Funktion (2), eine kubische Funktion (3) oder eine Funktion höherer Ordnung handelt. Der vollständige Befehl lautet: **Trendpoly[Liste1,2]**

In der Abbildung unten wird im Algebra Fenster die Funktionsgleichung in der Normalform angegeben. Der Graph der Funktion wird automatisch gezeichnet.



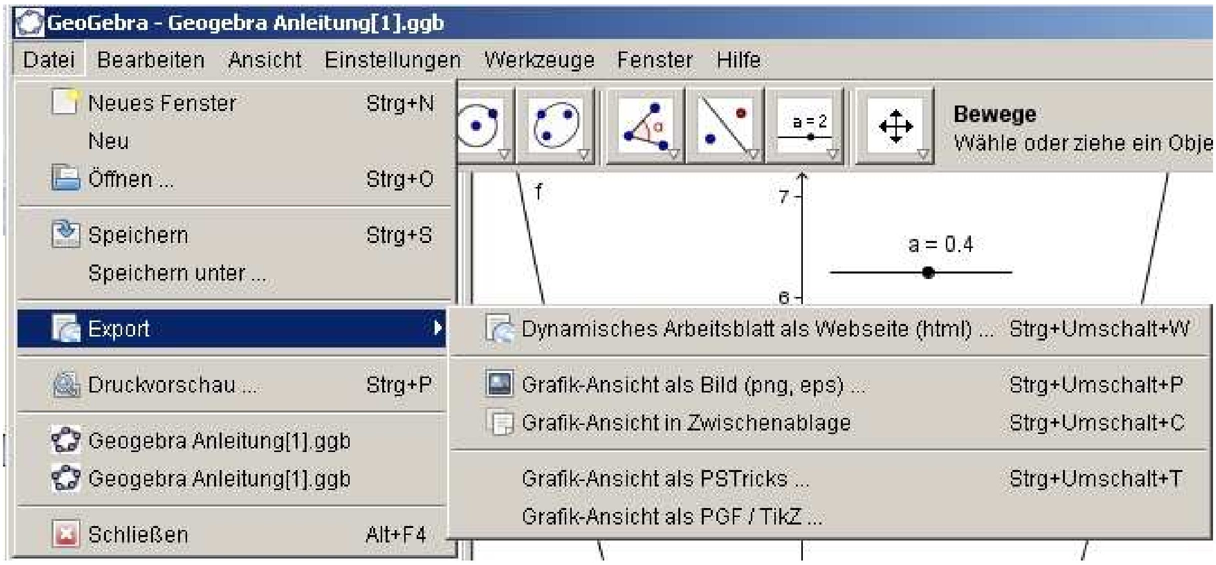
Natürlich kann dieses Verfahren auch mit Wachstums- und Zerfallsfunktionen durchgeführte werden. Diese Funktionen sind durch zwei Punkte eindeutig bestimmt. Man gebe wieder eine Liste von zwei Punkten ein, erzeuge eine Liste von Punkten und suche die Funktionsgleichung mit dem Befehl **TrendExp[ ]**. Der Befehl **TrendExp[ ]** benötigt als Eingabe nur die Liste der Punkte.

9: (Grafik-Ansicht in ein Arbeitsblatt kopieren)

Die mit Geogebra erzeugten Grafiken werden oft in Arbeitsblättern oder auch in einer digitalen Präsentation weiter verwendet.
Alle mit Geogebra erzeugten Grafiken können in anderen digitalen Dokumenten eingebunden werden.

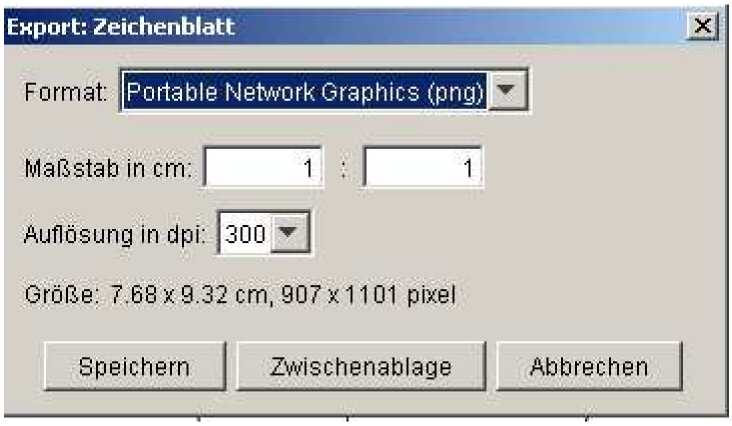
Man kann entweder das gesamte Grafikfenster kopieren oder aber auch einen vorher ausgewählten Teilbereich des Garfikfensters.

Kopieren des gesamten Grafikfensters:
Stellen sie das Grafikfenster so ein, dass der dargestellte Ausschnitt dem entspricht, was sie als Kopie erhalten wollen. Sie können das Grafikfenster durch Verschieben der Trennlinie zwischen Algebra Ansicht und Grafik und der Tabellen-Ansicht und der Grafik beliebig variieren.
In dem Hauptordner „Datei“ befindet sich das Untermenü „Export“. Hier wird die Option „Grafik Ansicht als Bild“ ausgewählt. Dies hat den Vorteil, dass das Bild in der dargestellten Größe in dem neuen Dokument erscheint.

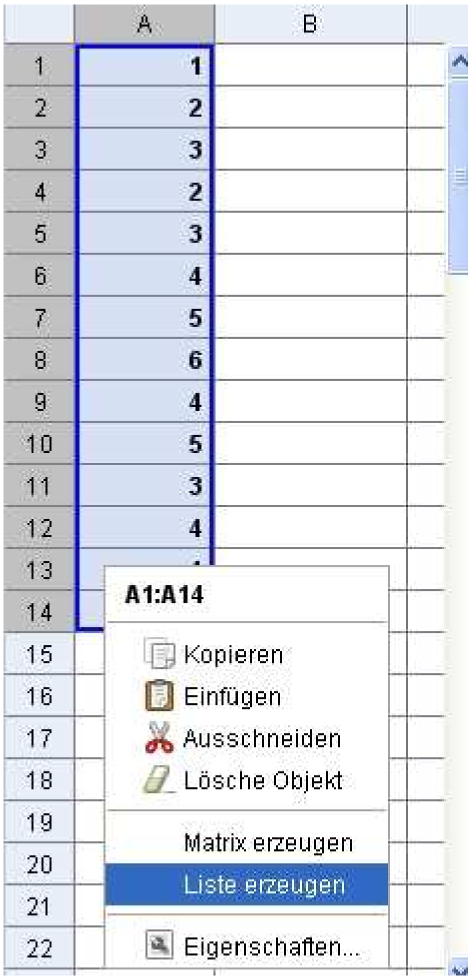


Man kann diese Grafik-Ansicht abspeichern oder in die Zwischenablage kopieren und dann direkt weiter verwenden.

Kopieren eines Teilbereiches des Grafikfensters:
Um nur einen Teilbereich kopieren zu können, muss dieser, wie in anderer Software auch, zunächst mit der Maus markiert werden. Danach werden die gleichen Arbeitsschritte wie oben beschrieben durchgeführt.



10: (Diagramme erstellen)



Zunächst müssen die Werte, die statistisch ausgewertet werden sollen, eingegeben werden. Dies geschieht sinnvoller Weise in der Tabellen-ansicht. Wie oben beschrieben wurde, wird die Tabellenansicht sichtbar gemacht und eine Liste von Rohdaten eingegeben. Man sollte eine solche Liste nie ohne Beschriftung eingeben, da die Geogebra Datei auch zu einem späteren Zeitpunkt noch verständlich sein sollten.

Bei der Eingabe muss wieder beachtet werden, dass Zahlen nicht wie im Deutschen üblich mit einem Komma sondern mit einem Dezimalpunkt eingegeben werden. Die Eingabe einer Zahl mit Komma wird als Text interpretiert. Hiermit kann nicht gerechnet werden.
Texte werden in Anführungsstrichen eingegeben und so als Text markiert. Formeln beginnen mit einem Gleichheitszeichen.

Nach der Eingabe in die Tabellen-Ansicht werden die Rohdaten markiert. Man öffnet über die rechte Maustaste ein Content Menü und erzeugt eine Liste. Listen erscheinen dann im Algebra Fenster. Mit ihnen können mathematische Operationen durchgeführt werden.

Berechnen statistischer Größen:
Innerhalb der Tabellen Ansicht können statistische Größen berechnet werden. Sie werden durch eine Funktion definiert. Die Zelleingabe erfolgt über eine Formel, die wie oben erwähnt mit einem Gleichheitszeichen beginnt. Die zu berechneten Größen sind:

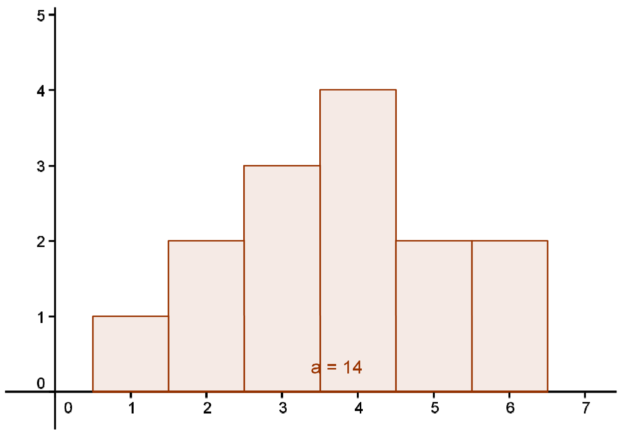
Median
Arithmetisches Mittel
Modalwert (häufigster Wert)
Quartilsbefehle Q1 und Q3

Alle diese Befehle werden unten in dem Auszug der Geogebra Hilfe erläutert. Die Befehle besitzen eine definierte Syntax, die unbedingt eingehalten werden muss.
Arbeitet man innerhalb der Tabellenkalkulation, so ist es sinnvoll, die Liste durch die Eingabe der Zelladressen zu definieren (Mittelwert[A1:A14]). Genauso geht dies aber auch durch die Eingabe des Listennamens: (Mittelwert[L_1]) Man achte auf die Eingabe des Listennamens L_1 (L_1)!

Mit Geogebra können Balkendiagramme, Histogramme und Boxplots erstellt werden. Die Varianten, diese Diagramme zu definieren sind so vielfältig, dass sie hier nicht alle aufgeführt werden.

Ein typisches Balkendiagramm ist unten abgebildet. Hier geht es um die Darstellung eines Zensurenspiegels. Alle Zensuren können ungeordnet in die Tabellen-Ansicht eingegeben werden. Man erzeugt eine Liste. Der Befehl Balkendiagramm[L_1,1] erzeugt ein

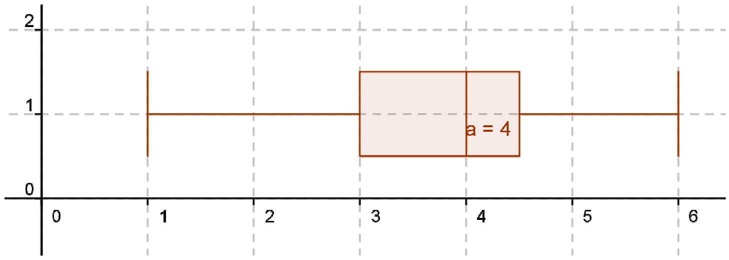
Balkendiagramm, in dem die Häufigkeiten der Zensuren von 1 bis 6 dargestellt werden. Die Balkenbreite ist 1. Die Anzahl der Daten wird mit a=14 angezeigt.
Wie unten zu sehen ist gibt es weitere unterschiedliche Möglichkeiten das Balkendiagramm zu formatieren.



Ein gleiches Diagramm kann mit zwei Listen erzeugt werden. Die eine Liste enthält die Daten (Zensuren von 1 bis 6) und die andere Liste die Häufigkeiten.

Ein Histogramm ähnelt einem Balkendiagramm sehr. Hier müssen aber Klassenbreiten angegeben werden. Dies geschieht mit der Eingabe der Klassengrenzen. Wenn also 6 Säulen dargestellt werden sollen, so muss man 7 Klassengrenzen eingeben.

Boxplot:
Auch beim Boxplot können Rohdaten verwertet werden. Man gibt also ruhig ungeordnet alle Daten, die in einem Boxplot aufgenommen werden sollen in die Tabellen Ansicht ein, markiert die Daten und erzeugt eine List.
Nun wird der Befehl Boxplot aufgerufen. Dieser Befehl benötig drei Eingaben:
y-Abstand: In welchem Abstand von der x Achse solle die Box gezeichnet werden
y-Skalierung. Dieser Wert bestimmt die Breite (Höhe) der Box
Liste der Rohdaten
Beispiel: Boxplot[1,0.5,L_1]



Der Wert a=4 zeigt in diesem Fall den Median an.

Weitere Diagramm-Arten sind mit Geogebra nicht vorgesehen. Die nachfolgende Auflistung zeigt die Beschreibungen, die der Geogebra Hilfe entnommen wurden.

11. Kopie der Geogebra Hilfe:

Balkendiagramm

Balkendiagramm[Anfangswert a, Endwert b, Liste von Balkenhöhen]: Erzeugt ein Balkendiagramm über dem gegebenen Intervall [*a, b*]. Die Anzahl der Balken wird von der Anzahl der Elemente in der Liste der Balkenhöhen bestimmt.
Beispiel: Balkendiagramm[10, 20, {1,2,3,4,5}] erzeugt ein Balkendiagramm mit 5 Balken der angegebenen Höhen über dem Intervall [*10, 20*].

Balkendiagramm[Anfangswert a, Endwert b, Ausdruck, Variable k, Startwert c, Endwert d]: Erzeugt ein Balkendiagramm über dem gegebenen Intervall [*a*, *b*], dessen Balkenhöhen mit Hilfe des angegebenen Ausdrucks berechnet werden. Die Variable k des Ausdrucks läuft dabei vom Startwert *c* zum Endwert *d*.
Beispiel: Seien $p = 0.1$, $q = 0.9$ und $n = 10$ Zahlen. Die Eingabe
Balkendiagramm[-0.5, n + 0.5,
BinomialKoeffizient[n, k] * p^k * q^(n - k), k, 0, n]
erzeugt ein Balkendiagramm über dem Intervall $[-0.5, n + 0.5]$. Die Höhen der Balken hängen von den berechneten Wahrscheinlichkeiten ab, welche durch den gegebenen Ausdruck bestimmt werden.

Balkendiagramm[Anfangswert a, Endwert b, Ausdruck, Variable k, Startwert c, Endwert d, Schrittweite s]: Erzeugt ein Balkendiagramm über dem Intervall [*a*, *b*], dessen Balkenhöhen mit Hilfe des angegebenen Ausdrucks berechnet werden. Die Variable *k* des Ausdrucks läuft dabei vom Startwert *c* zum Endwert *d* mit der Schrittweite *s*.

Balkendiagramm[Liste von Rohdaten, Balkenbreite]: Erzeugt ein Balkendiagramm aus den Rohdaten mit der gegebenen Balkenbreite.
Beispiel: Die Eingabe Balkendiagramm[{1,1,2,2,2,2,3,3,3,5,5,5,5}, 1] erzeugt ein Balkendiagramm mit fünf Balken der Breite 1.

Balkendiagramm[Liste von Daten, Liste von Häufigkeiten]: Erzeugt ein Balkendiagramm aus den gegebenen Daten mit den gegebenen Häufigkeiten.
Hinweis: Die Elemente aus der Liste der Daten müssen Teil einer arithmetischen Folge sein.
Beispiele:

- Die Eingabe Balkendiagramm[{10,11,12,13,14}, {5,8,12,0,1}] erzeug ein Balkendiagramm mit fünf Balken und den angegebenen Häufigkeiten.
- Die Eingabe Balkendiagramm[{0.3,0.4,0.5,0.6}, {12,33,13,4}] erzeugt ein Balkendiagramm mit vier Balken und den angegebenen Häufigkeiten.

Balkendiagramm[Liste von Daten, Liste von Häufigkeiten, Balkenbreite]: Erzeugt ein Balkendiagramm aus den gegebenen Daten mit den gegebenen Häufigkeiten und der angegebenen Balkenbreite.
Hinweis: Die Elemente aus der Liste der Daten müssen Teil einer arithmetischen Folge sein.
Beispiele:

- Die Eingabe Balkendiagramm[{10,11,12,13,14}, {5,8,12,0,1}, 0.5] erzeugt ein Balkendiagramm mit Abständen zwischen den einzelnen Balken.
- Die Eingabe Balkendiagramm[{10,11,12,13,14}, {5,8,12,0,1}, 0] erzeugt ein Balkendiagramm dessen Balken durch Linien dargestellt werden.

Boxplot

Boxplot[yAbstand, ySkalierung, Liste von Rohdaten]: Erzeugt ein Boxplot-Diagramm aus den gegebenen Rohdaten. Die vertikale Position im Koordinatensystem wird dabei von der Variablen *yAbstand* bestimmt. Die Höhe des Diagramms wird durch die Variable *ySkalierung* beeinflusst.

Beispiel: Die Eingabe Boxplot[0, 1, {2,2,3,4,5,5,6,7,7,8,8,8,9}] erzeugt ein Boxplot-Diagramm um die *x*-Achse mit Höhe 2.

Boxplot[yAbstand, ySkalierung, Startwert a, Q1, Median, Q3, Endwert b]: Erzeugt ein Boxplot-Diagramm für die gegebenen statistischen Werte über dem Intervall [*a* ,*b*].

Histogramm

Histogramm[`Liste von Klassenbereichen, Liste von Balkenhöhen`]: Erzeugt ein Histogramm mit Balken der gegebenen Höhen. Die Klassenbereiche bestimmen die Breite und Position der einzelnen Balken des Histogramms.
Beispiel: `Histogramm[{0, 1, 2, 3, 4, 5}, {2, 6, 8, 3, 1}]` erzeugt ein Histogramm mit fünf Balken und den gegebenen Balkenhöhen. Der erste Balken befindet sich über dem Intervall [*0*, *1*], der zweite Balken befindet sich über dem Intervall [*1*, *2*], usw.

Histogramm[`Liste von Klassenbereichen, Liste von Rohdaten`]: Erzeugt ein Histogramm aus den gegebenen Rohdaten. Die Klassenbereiche bestimmen die Breite und Position der einzelnen Balken des Histogramms sowie die Zuordnung der Daten zu den einzelnen Klassen.
Beispiel: `Histogramm[{1,2,3,4},{1.0,1.1,1.1,1.2,1.7,2.2,2.5,4.0}]` erzeugt ein Histogramm mit 3 Balken und den Höhen 5 (erster Balken), 2 (zweiter Balken) und 1 (dritter Balken).

Median

Median[Liste von Zahlen]: Bestimmt den Median der gegebenen Zahlen.

Mittelwert-Befehle

Mittelwert[Liste von Zahlen]: Berechnet den Mittelwert der gegebenen Zahlen.

MittelwertX[Liste von Punkten]: Berechnet den Mittelwert der *x*-Koordinaten der gegebenen Punkte.

MittelwertY[Liste von Punkten]: Berechnet den Mittelwert der *y*-Koordinaten der gegebenen Punkte.

Modalwert

Modalwert[Liste von Zahlen]: Bestimmt den Modalwert / die Modalwerte der gegebenen Zahlen.
Beispiele:

- Die Eingabe `Modalwert[{1,2,3,4}]` erzeugt die leere *Liste1 = {}*.
- Die Eingabe `Modalwert[{1,1,1,2,3,4}]` erzeugt *Liste2 = {1}*.
- Die Eingabe `Modalwert[{1,1,2,2,3,3,4}]` erzeugt *Liste3 = {1, 2, 3}*.

Normal

Normal[Mittelwert μ, Standardabweichung σ, Wert der Zufallsvariable]: Berechnet die Funktion $\Phi\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)$ mithülfe des Mittelwerts μ und der Standardabweichung σ. Die Funktion Φ ist die Verteilungsfunktion der Standardnormalverteilung ($\mu = 0$; $\sigma = 1$).
Hinweis: Dieser Befehl berechnet die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die Zufallsvariable X kleiner oder gleich dem gegebenen Variablenwert ist (d.h. Fläche unter der Gauß'schen Glockenkurve).

Quartil-Befehle

Q1[Liste von Zahlen]: Berechnet das untere Quartil der gegebenen Zahlen.

Q3[Liste von Zahlen]: Berechnet das obere Quartil der gegebenen Zahlen.

Standardabweichung

Standardabweichung[Liste von Zahlen]: Berechnet die Standardabweichung der gegebenen Zahlen.